

指向核心素养提升的高中数学概念教学

——以“集合的概念”教学为例

潘秋瑜 福建省南安市昌财实验中学 362300

[摘要]《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》明确指出,数学学科核心素养是具有数学基本特征、适应个人终身发展与社会发展需要的必备品格与关键能力.在高中数学概念教学中,教师要为学生营造良好的学习环境,引导学生主动探索知识,充分激发学生的学习动机,发展学生数学抽象、逻辑推理等核心素养.

[关键词] 数学学科核心素养;主动探索;数学抽象

新时代背景下,数学教学愈发重视学生数学能力和数学学科核心素养的培育.数学学科核心素养的培育对于个体与社会发展具有不可替代的价值,它既是教学改革和发展的必然要求,也是实现个人价值、推动社会进步的重要保障.数学概念是数学教学的核心组成部分,在学生数学学科核心素养培育中肩负着重要使命.

在高中数学概念教学中,教师应以新课标提出的数学学科核心素养(数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和数据分析)为导向,以学生已有知识结构和认知经验为基础,科学创设探究活动,引导学生亲历知识形成过程,帮助学生深刻理解数学概念的本质,逐步形成必备品格与关键能力.

笔者在“集合的概念”教学中,以全面发展学生为目标,以核心素养为引领,将抽象的数学知识融入现实

情境与数学问题中,引导学生经历集合含义与表示方法的抽象过程,帮助学生理解集合概念,并能用集合语言表达相关数学对象.

🔍 教学分析

集合是高中数学的重要知识模块,是高中数学的入门内容,更是后续函数、不等式、立体几何等知识学习的基础.集合概念具有高度抽象性,若教学中仅直接给出集合的定义、表示方法等内容让学生机械识记与套用,容易导致学生产生理解困惑,进而在实际应用过程中出现较多问题,削弱学生的学习信心.为破解这一教学困境,教师应充分借助多元探究活动,让学生亲历数学抽象的完整过程,帮助学生把握概念本质,提升数学抽象核心素养.

在小学和初中阶段,学生接触过一些与集合相关的实例,对“分类归总”的思想具有一定感性认识.高中

阶段的集合教学是在原有认知基础上的抽象提升,要求学生学会用规范的数学语言表述数学对象及其关系.在教学中,教师要强化教学过程的探究性,引导学生自主归纳提炼,为学生提供主动表达的机会,以此锻炼学生的数学表达能力,发展学生的数学抽象素养.

🔍 教学过程

1. 创设情境,揭示主题

情境 小丽和妈妈去超市购物,她们买了如下物品:面包、饼干、中性笔、橡皮、果冻、薯片、作文本、卷笔刀、牛肉干.若先对这些物品进行分类,再装入不同购物袋,你会如何划分?

生1:可以将其分成两类:一类是食品,如面包、饼干、果冻、薯片、牛肉干;一类是文具,如中性笔、橡皮、作文本、卷笔刀.

师:面包、饼干、果冻、薯片、牛肉

作者简介:潘秋瑜(1981—),一级教师,从事高中数学教学与研究工作.

干组成了“食品”集合;中性笔、橡皮、作文本、卷笔刀组成了“文具”集合。面包、饼干、中性笔、橡皮、果冻、薯片、作文本、卷笔刀、牛肉干分别是对应集合中的元素。

设计意图 以学生熟悉的生活情境为切入点,引导学生开展分类活动,充分调动学生的课堂参与积极性,帮助学生积累丰富的感性经验,为后续集合概念和元素的抽象概括奠定基础。

2. 合作探究,建构新知

(1) 探究集合、元素的定义

问题1 什么是集合?请结合下面实例进行归纳概括。

①七年级(1)班所有男生;

②到定点的距离等于定长的所有点;

③所有小于10的自然数;

④方程 $x^2-3x+2=0$ 的所有实数根。

师生活动:教师给予学生时间去思考,并鼓励学生用自己的语言进行归纳,随后引导学生结合教材内容给出集合的定义(定义内容略)。在此基础上,教师给出集合的符号表示:一般用大写拉丁字母 A, B, C, \dots 表示集合,用小写拉丁字母 a, b, c, \dots 表示集合中的元素。

设计意图 通过精心创设具体实例,引导学生感知集合与元素的特征,归纳得出集合的概念。这种由具体到抽象的认知过程,帮助学生深度理解集合概念,进而增强学习信心,培养数学抽象核心素养。

(2) 探究元素的性质

问题2 下列说法中,能够组成集合的是:

①七年级(1)班跑得快的人;

②七年级(1)班所有的学生。

问题给出后,教师让学生思考、交流、辨析。

生2:“跑得快”没有具体标准,对象是不确定的,所以这样说表示的

对象无法组成集合。

师:很好,这就是集合的第一个性质——确定性。对于集合中的元素,要么属于这个集合,要么不属于这个集合,不能模棱两可。

师:七年级(1)班所有的学生可以组成集合吗?

生3:七年级(1)班所有的学生可以组成一个集合。对于所有学生,要么是七年级(1)班的,要么不是七年级(1)班的,这符合集合的确定性性质。

师:思考集合中的元素,你还有其他发现吗?

生4:每个学生是七年级(1)班这个集合中的元素,而这些元素互不相同。

师:这就是集合的第二个性质——互异性。

师:对于所有的学生,先说哪一个,后说哪一个,对最终形成的集合有影响吗?

生齐声答:没有。

师:这就是集合的第三个性质——无序性。

设计意图 教师通过创设实例引导学生思考与辨析,让学生归纳集合的三个性质,即确定性、互异性和无序性。

(3) 元素与集合的关系

问题3 如果用 A 表示七年级(1)班所有学生组成的集合, a 表示七年级(1)班的一个学生, b 表示七年级(2)班的一个学生,那么 a, b 与集合 A 有什么关系?

生5: a 是集合 A 的元素, b 不是集合 A 的元素。

师:结合教材,你能进一步用符号语言进行表述吗?

生6: a 是集合 A 的元素,就是说 a 属于集合 A ,表示为 $a \in A$,读作“ a 属于 A ”; b 不是集合 A 的元素,就是说 b 不属于集合 A ,表示为 $b \notin A$,读作“ b 不属于 A ”。

师:下面我们来看一个实例。(教师用PPT出示练习)

练习:用符号“ \in ”或“ \notin ”填空。

① $-2 \in \mathbf{N}^+$; ② $0 \in \mathbf{N}$;

③ $0.2 \in \mathbf{Z}$; ④ $\frac{1}{5} \in \mathbf{Q}$;

⑤ $\pi \in \mathbf{R}$ 。

(常用数集符号:正整数集: \mathbf{N}^+ ;非负整数集: \mathbf{N} ;整数集: \mathbf{Z} ;有理数集: \mathbf{Q} ;实数集: \mathbf{R})

师生活动:教师先呈现常用数集(如自然数集、整数集等)及其规范记法,引导学生回顾对应数集的概念,随后布置相关基础练习;学生独立完成,教师结合学生的作答情况进行点评与纠错。

设计意图 引导学生用规范的数学符号表述元素与集合的关系,一方面帮助学生深化对新知的理解,另一方面让学生体会数学符号语言的简洁性,感悟数学语言的严谨与简洁之美。

问题4 除了常用数集这类特殊集合,其他集合该如何表示呢?例如,①方程 $x^2-3x+2=0$ 的所有实数根;②中国四大发明。

师生活动:学生先进行互动交流,教师引导学生运用“列举法”表示,即将集合中的元素一一列举出来,然后用大括号“ $\{ \}$ ”括起来。例如,“方程 $x^2-3x+2=0$ 的所有实数根”组成的集合表示为 $\{1, 2\}$;“中国四大发明”组成的集合表示为 $\{\text{造纸术, 指南针, 火药, 印刷术}\}$ 。

问题5 你能用列举法表示不等式 $x-5 < 2$ 的解集吗?

师生活动:解不等式 $x-5 < 2$ 得 $x < 7$,而满足 $x < 7$ 的实数有无数个,因此无法用列举法一一列出。基于此,教师明确“有限集(元素个数有限的集合)”与“无限集(元素个数无限的集合)”的概念,并说明无限集通常不适合用列举法表示。随后,教师引导学

(下转第37页)

想、方法等方面进行归纳总结。

师生活动:学生独立思考后,教师展示学生的归纳结果,并进行评价和完善。

设计意图 通过归纳总结,加深对相关知识的理解,促进知识的内化、能力的提升、素养的形成。

设计评价任务

练习1 判断以下命题是否正确。若不正确,请说明理由。

①函数 $f(x)=\lg x$ 的零点是 $(1,0)$;

②若函数 $y=f(x)$ ($x \in D$)的图象在区间 $(a,b) \subseteq D$ 内是连续的,且存在零点,则 $f(a)f(b) < 0$ 。

练习2 已知函数 $f(x)=\frac{2}{3^x+1}+a$ 的零点为1,求 a 的取值范围。

练习3 已知函数 $f(x)=|x^2-2x-3|-a$,求实数 a 的值:①函数 $f(x)$ 有2个零

点;②函数 $f(x)$ 有3个零点;③函数 $f(x)$ 有4个零点;④函数 $f(x)$ 无零点。

设计意图 教学评价是教学活动的重要组成部分。在教学中,教师应围绕教学目标设计评价任务,通过评价任务的完成情况检测教学效果,再根据学生的实际反馈开展针对性训练,从而促进教学目标的达成。

结束语

实践证明,将“教、学、评一致性”理念融入课堂教学实践,既有利于教师的“教”,又有利于学生的“学”。在教学中,教师不仅要关注“教”,还要关注学生的“学”,根据学生的课堂反馈及时调整教学策略,优化学生的学习过程,进而提升学生的学习积极性,提高其数学能力与数学素养,最终促进学生全面发展。在本节课教学中,教师根据课程标准制定明确的

教学目标,并结合学生的实际学情对目标进行分解;同时,通过创设有效的问题情境,引导学生参与知识生成过程,促进教学目标的达成。

总之,在高中数学教学中,教师需协调好“教”与“学”的关系,根据学生实际反馈优化教学行为,充分发挥学生的主体作用。借助“教、学、评一致性”的实践,帮助学生更好地理解知识,使学生的数学能力与数学素养在数学课堂上得到提升。

参考文献:

[1] 贺红慧. 基于“教—学—评”一致性的高中数学教学分析[J]. 数学学习与研究, 2024(21): 23-25.

[2] 颜虹. 聚焦知识逻辑关系发展数学核心素养——以“方程的根与函数的零点”教学为例[J]. 数学教学通讯, 2024(15): 34-35+45.

(上接第34页)

生用“描述法”表示集合,即通过描述集合中元素的共同特征来定义集合。例如,不等式 $x-5 < 2$ 的解集包含所有满足“ x 是实数,且 $x < 7$ ”的元素,因此表示为 $\{x \in \mathbf{R} | x < 7\}$ 。

设计意图 借助具体实例让学生感知列举法的适用局限性,自然过渡到集合的第二种表示方法——描述法,帮助学生理解不同表示方法的适用场景。

3. 应用练习,理解新知

例1 用列举法表示下列集合:

(1)方程 $x^2-5x-6=0$ 的所有实数根组成的集合;

(2)由大于-5且小于13的所有奇数组成的集合。

例2 用描述法表示下列集合:

(1)不等式 $3x-5 < 4$ 的解集;

(2)大于13的所有奇数组成的集合。

例3 用适当的方法表示下列集合:

(1)不等式 $3x-7 > 5$ 的解集;

(2)不大于3的所有实数组成的集合。

师生活动:学生先独立求解,再进行组内交流研讨,然后分组展示,教师进行点评和完善。

设计意图 通过分层练习巩固集合表示方法的相关知识,帮助学生突破本节课重难点,增强数学学习信心,发展数学应用能力。

4. 归纳小结,形成体系

问题6 本节课我们学习了哪些知识内容? 你有哪些收获? 还有哪些困惑?

师生活动:本节课涉及的概念、表示方法较多,知识内容较丰富。教师预留充足时间让学生自主梳理归纳,同时鼓励学生提出疑问。教师针对学生的总结与疑问进行点评、补充与答疑。

设计意图 课堂小结是数学教学的关键环节。教师通过预留时间与空间,让学生自主表达所学、所获、所疑,帮助学生完善知识体系,进一步提升数学抽象核心素养。

教学感悟

学生初入高中,面对抽象且体系化的数学概念,容易产生畏难情绪。教师作为课堂教学的组织者和引导者,要立足学生实际学情,精心设计自主探究活动,有效激活学生的数学思维,引导学生主动参与知识的形成过程,帮助学生全面、深刻地理解知识,提升数学学习信心,发展数学抽象、逻辑推理等核心素养。

总之,在高中数学概念教学中,教师需合理创设探究活动,充分挖掘学生的学习潜能,引导学生亲历概念的形成与抽象过程,切实培养数学学科核心素养。